УДК 628.17

И.В.Кораблев, К.П.Латышенко
Московский университет инженерной экологии
В.И.Найденов
Институт водных проблем РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРИОДОВ ВОДНОСТИ БАССЕЙНА ВОЛГИ И КАСПИЙСКОГО МОРЯ С ЦЕЛЬЮ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ ЭТОГО РЕГИОНА

Описаны нелинейные механизмы многолетних колебаний уровня Каспийского моря. Показано, что учет зависимости слоя испарения с поверхности бассейна Волги от влагосодержания почвы и слоя испарения с поверхности моря от его уровня приводит к принципиально новому (хаотическому) механизму колебаний и возникновению нескольких уровней тяготения. Отмечено, что стохастические дифференциальные уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова имеют стационарную бимодальную плотность вероятности уровня. Установлено, что случайный процесс, характеризующий колебания уровня моря, при нелинейной зависимости скорости испарения от этих колебаний оказывается негауссовским. Описаны индуцированные «шумом» переходы, обусловленные нелинейными процессами испарения. Предложена новая нелинейная стохастическая модель колебаний уровня Каспийского моря, основанная на предсказанных физических эффектах.

The paper describes the nonlinear mechanism of long-term fluctuations of the level of the Caspian Sea. It shows that taking into account the relationship between the layer of the Volga river basin surface lost by evaporation and the water content of soil, and the dependence of the evaporation layer of the sea surface on the sea level results in developing a fundamentally new (chaotic) fluctuation mechanism and in originating several gravity levels. It is noted that stochastic differential equations have steady bimodal probability density. It is defined that the random process describing the sea level fluctuations, under the non-linear dependence of evaporation rate on the sea level appears to be non-Gaussian. The induced by noise nuisances transitions, caused by non-linear evaporation processes, are described hereinafter. The new non-linear stochastic model of the Caspian Sea level fluctuations based on the predicted physical effects is suggested.

Современная теория колебаний уровня моря основана на представлении о единственности и устойчивости его равновесного состояния и неспособна адекватно объяснить поведение его уровенного режима. В 1978 г. неожиданно начался катастрофический подъем уровня моря, который нельзя объяснить с помощью существующей теории.

Считается, что единственный механизм, управляющий эволюцией уровенного режима, – механизм отрицательной обратной связи: при повышении уровня моря выше равновесного увеличивается площадь зеркала испарения, что возвращает уровень к исходному положению. Это, по существу, известный термодинамический принцип Шателье – Брауна: возникающие в системе процессы стремятся ослабить результаты внешнего воздействия. Построенная на этом принципе линейная модель колебаний уровня Каспийского моря, учитывающая стохастический характер речного притока и видимого испарения, не позволяет объяснить процесс колебаний. Так, согласно этой модели, катастрофическое падение уровня моря в 1930-1939 гг. и не менее катастрофический современный подъем считаются событиями, имеющими практически нулевую ($7 \cdot 10^{-4}$) вероятность.

Анализ тепловлагообменных процессов, происходящих в мелководных (до 30 м) водоемах аридной зоны, показал, что слой физического испарения для таких водоемов (Северный Каспий, Аральское море, залив Кара-Богаз-Гол) – сильно убывающая функция их глубины. Для речных бассейнов с достаточным и избыточным увлажнением слой испарения с их поверхности также является сильно убывающей функцией их влагозапасов. При учете этих зависимостей динамическая система уравнений водного и теплового баланса водоема и его бассейна оказывается существенно нелинейной. Характер ее решений качественно меняется: возникает неединственные и неустойчивые решения – необходимые атрибуты сложности ее эволюции. Именно во взаимодействии собственной внутренней нелинейной динамики Каспийского моря и его бассейна и «шума» внешней среды (введение этого фактора необходимо для моделирования климатической изменчивости) рождается новый фундаментальный (имеющий значение и для других водоемов) механизм колебаний уровня Каспия.

Система уравнений водного баланса бассейна Каспийского моря, динамики речного стока и водного баланса самого моря имеет вид

$$\frac{dW}{dt} = P - E(W) - Q + \sigma_1 \xi_1 - \sigma_2 \xi_2(t);$$

$$\tau \frac{dQ}{d\tau} = G(W) - Q; \qquad (1)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{S_r Q}{S(H)} - \widetilde{E}(H) - q(H) + \sigma_3 \xi_3(t),$$

где W, Q и H – соответственно влагозапас рабочего объема бассейна, сток рек и уровень моря; S_r – количество осадков в бассейне моря; E и $\widetilde{E}$ – испарение с бассейна и с акватории соответственно; q – сток в залив Кара-Богаз-Гол; $G(W)$ – зависимость стока от влагозапасов; τ – время релаксации речного стока (время установления нового режима как реакции на внешнее возмущение); ξ_1, ξ_2, ξ_3 – дельта-коррелированные независимые случайные процессы; σ_1, σ_2, σ_3 – интенсивность соответствующих процессов.

Известно, что в случае немонотонной зависимости испарения с поверхности речного бассейна от влагозапасов эта система может иметь два устойчивых состояния равновесия и одно неустойчивое. При случайных колебаниях осадков возможен переход от одного стационарного состояния к другому. Если предположить, что слой осадков – периодическая функция времени, то получим уравнение колебаний нелинейного осциллятора под воздействием периодической силы с известной амплитудой, характеризующей размах колебаний осадков. Аналитические и численные методы решения такого нелинейного уравнения показали, что при малых амплитудах колебаний осадков наблюдаются только регулярные колебания влагозапасов. С увеличением амплитуды колебания становятся хаотическими и для нелинейной системы (1) становится возможным возникновение странного аттрактора. Ввиду зависимости стока от влагозапасов изменения уровня Каспийского моря также будут хаотичными.

Стохастическое дифференциальное уравнение водного баланса Каспийского моря для среднегодовых значений представим в виде

$$dH_t = (\overline{Q}\, S^{-1}(H_t) - \overline{E}\,(H_t) - q(H_t)dt +$$

$$+ \overline{\sigma}_\rho S^{-1}(H_t)dW_Q - \overline{\sigma}_E\, dW_E, \qquad (2)$$

где H_t и $S(H_t)$ – уровень и площадь поверхности моря соответственно; $\overline{Q}$ – речной сток; $\overline{E}\,(H_t)$ и $q(H_t)$ – соответственно слой видимого испарения и слой стока в залив Кара-Богаз-Гол; W_Q, W_E – винеровские процессы, учитывающие эффективное воздействие речного стока, осадков и испарения; $\overline{\sigma}_\rho$, $\overline{\sigma}_E$ – интенсивность приращений винеровских процессов.

В соответствии с нелинейным тепловым механизмом будем считать, что $d\overline{E}/dH < 0$. В этом случае детерминированное уравнение, соответствующее стационарному режиму, будет иметь три решения:

$$\overline{Q} - S(H_i)\,\overline{E}\,(H_i) - q(H_i)S(H_i) = 0. \qquad (3)$$

Равновесные уровни H_1 и H_3 устойчивы по отношению к малым возмущениям, но неустойчивы к конечным. Уровень H_2 абсолютно неустойчив. Таким образом, имеется нелинейная динамическая система, у которой нет глобальных устойчивых состояний равновесия.

При этом возникают следующие вопросы: как долго уровень водоема, для которого справедливы уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова, будет долго оставаться в заданном интервале значений уровня; каково, например, случайное время перехода с нижнего уровня на верхний и обратно; как распределена эта величина?

Эти нестационарные задачи решаются с помощью обратного уравнения Фоккера – Планка. Показано в частности, что имеет место экспоненциальный закон распределения времен перехода с одного уровня на другой.

С помощью развитых нелинейных статистических моделей выполнен вероятностный прогноз поведения уровня Каспийского моря на ближайшие 20-30 лет (см. таблицу). Например, при отметке уровня моря –26,99 м (такой уровень наблюдается в настоящее время) вероятность стабилизации моря на отметке –28,3 м составляет 0,83, а время стабилизации около 20 лет. Вероятность перехода на высокий уровень 0,17, время стабилизации 27 лет. Сравнительно небольшая вероятность перехода на верхний уровень объясняется широкой зоной неустойчивости в окрестности нижнего уровня. При дальнейшем увеличении уровня моря вероятность перехода на верхний уровень экспоненциально увеличивается.

Вероятность и время перехода с заданного уровня на нижний или верхний уровни Каспийского моря

Абсолютная отметка, м	Вероятность перехода к уровню		Время перехода к уровню, годы	
	низкому (–28.3 м)	высокому (–25.6 м)	низкому	высокому
–27.74	0.98	0.02	5	34
–27.55	0.96	0.04	10	33
–27.36	0.93	0.07	13	32
–27.17	0.89	0.11	17	29
–26.99	0.83	0.17	20	27
–26.81	0.75	0.25	22	24
–26.62	0.64	0.36	25	20
–26.44	0.50	0.50	28	17
–26.25	0.35	0.65	30	13
–26.07	0.22	0.78	32	10
–25.88	0.12	0.88	33	7
–25.69	0.05	0.95	34	3

Данная работа поддержана программой Минобразования РФ «Научные исследования высшей школы по приоритетным направлениям науки и техники» (код проекта 02.01.088).

Выводы

1. Разработаны стохастические методы исследования нелинейных уравнений водного баланса бессточных водоемов.

2. Показано, что трансгрессии и регрессии Каспийского моря, а также других мелководных водоемов, за небольшие отрезки времени (примерно 1000 лет) могут быть объяснены в рамках теории стационарного климата.

3. Найдено экспоненциальное распределение плотности вероятности и времени переходов водоемов с уровня на уровень.

4. На основе нелинейных моделей построен вероятностный сценарий колебаний уровня Каспийского моря на ближайшие десятилетия.