

УДК 631.432:519.868:556.5

DOI: 10.31774/2658-7890-2019-2-117-129

А. В. Шевченко, М. В. Власов

Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск,
Российская Федерация

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ГРУНТОВЫХ ВОД

Целью исследований являлось создание математической модели, описывающей взаимосвязь поверхностных и грунтовых вод, и установление ее адекватности. Так как проблема установления взаимосвязи поверхностных и грунтовых вод в задачах мелиорации, инженерной гидрологии возникает достаточно часто, то проведение полевых исследований, позволяющих установить эту взаимосвязь, является трудоемким и дорогостоящим мероприятием. Поэтому актуальной задачей является разработка математической модели, адекватно описывающей эту взаимосвязь. Используя уравнение водного баланса, формулу Шези, Дарси, формулу для уровня грунтовых вод и выражение для уклона водной поверхности было произведено разбиение зоны грунтовых вод на конечное число элементов, и определена средняя скорость фильтрационного потока, взаимодействующего между рекой и грунтовыми водами. Численная проверка результатов моделирования произведена на основании данных, полученных при полевых исследованиях на участке реки Маныч в районе хутора Тузлуков. Некоторые параметры, используемые в модели, были определены опытным путем по результатам исследований комплексной гидрогеологической экспедиции. В процессе моделирования были составлены алгоритм и программа расчета выклинивающегося расхода грунтовых вод для рассматриваемого участка реки. На основании результатов моделирования построен гидрограф выклинивания грунтовых вод в русло реки на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков. Как показано в работе, гидрограф выклинивающихся расходов, построенный по результатам моделирования мало отличается от гидрографа, построенного по опытными данным. В результате апробации разработанной математической модели, показано соответствие между теоретическими и опытными данными с коэффициентом детерминации равным 88,63 %.

Ключевые слова: мелиорация, математическая модель, грунтовые воды, река, русло, сечение, фильтрация, аэрация, гидрограф.

A. V. Shevchenko, M. V. Vlasov

Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk,
Russian Federation

MATHEMATICAL MODEL OF INTERCONNECTION OF SURFACE AND GROUND WATER

The aim of the research was to create a mathematical model describing the relationship between surface and ground water and determining its adequacy. Since the problem of determining the relationship of surface and groundwater occurs quite often in reclamation and engineering hydrology, conducting field studies to establish this relationship is a time-consuming and expensive event. Therefore, the urgent task is to develop a mathematical model that describes this relationship adequately. Using the equation of water balance, the Chezi,

Darcy formula, the formula for the water table and for the of the water surface slope, the groundwater zone was divided into a finite number of elements and the average velocity of the filtration flow between the river and the groundwater was determined. Numerical verification of the simulation results was carried out on the basis of data obtained during field studies on the Manych river reach near Tuzlukov farm. Some parameters used in the model were determined experimentally according to the results of studies of a complex hydrogeological expedition. In the process of modeling, an algorithm and a program for calculating a wedging groundwater discharge for the considered river reach were compiled. Based on the results of the simulation, a hydrograph of wedging groundwater into the riverbed on the Manych river reach near Tuzlukov. As it is shown in the work, the hydrograph of the outlined costs, built on the results of the simulation, differs little from the hydrograph, built on the experimental data. As a result of testing the developed mathematical model, the correspondence between theoretical and experimental data with a determination coefficient of 88.63 % is shown.

Key words: reclamation, mathematical model, groundwater, river, river bed, section, filtration, aeration, hydrograph.

Введение. Зачастую при решении мелиоративных задач возникает необходимость учета взаимодействия поверхностных и грунтовых вод. При этом процесс взаимодействия имеет сложный характер, обусловленный большим количеством разнообразных параметров. Сюда относятся, в частности, неоднородность строения почвогрунтов в районе выклинивания, асимметрия водоносных пластов речной долины, изменчивость уровней воды в реке во времени и по длине, колебания горизонтов грунтовых вод¹.

Один из главных параметров, определяющих это взаимодействие – уровни грунтовых вод и воды в реке, влияющие как на интенсивность движения, так и направление потока [1–3], т. е. фильтрацию из реки или выклинивание грунтовых вод.

Материалы и методы. При обработке статистических данных применялись методы математической статистики и анализа. При математическом моделировании процесса учитывался опыт иностранных специалистов [4]. В работе использованы материалы, полученные в ходе полевых исследований на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков.

Представив участок реки в виде линейного оператора, запишем для него уравнение водного баланса [5]:

¹ Васильев, С. М. Повышение экологической безопасности способов орошения для формирования устойчивых агроландшафтов в аридной зоне: дис. ... д-ра техн. наук: 06.01.02 / Васильев Сергей Михайлович. – Волгоград, 2006. – 388 с.

$$\frac{dW_j}{dt} = Q_{j-1} - Q_j + Q_j^\Gamma + P_j + Q_j^{\text{сб}} - Q_j^{\text{в}} + (X_j - E_j) \cdot F_j, \quad (1)$$

где W_j – количество воды в j -м участке, м³;

t – время, с;

$\frac{dW_j}{dt}$ – полная производная количества воды в j -м участке по времени,

м³/с;

Q_{j-1}, Q_j – расходы воды, выходящие из $j - 1$ и j -го участков соответственно, м³/с;

Q_j^Γ – взаимодействие с грунтовыми водами, м³/с;

P_j – боковой поверхностный приток;

$Q_j^{\text{сб}}$ – поверхностный сброс в реку на j -м участке, м³;

$Q_j^{\text{в}}$ – водозабор из j -го участка, м³;

X_j, E_j – интенсивность осадков и испарения с водной поверхности;

F_j – площадь водного зеркала, м².

Принимая участок реки, изображенный на рисунке 1 призматическим (длина участка 400 м, ширина в верхнем и нижнем створах соответственно 64,5 и 65 м, средняя глубина 2,5 м), можно записать выражение для объема воды на j -м участке:

$$W_j = \frac{L_j}{2} (\omega_{j-1} + \omega_j),$$

где L_j – протяженность участка, м;

ω_{j-1}, ω_j – площади поперечного сечения на границах участка, м².

Для определения расхода воды воспользуемся известной формулой Шези [6]:

$$Q_j = \omega_j \cdot C_j \sqrt{R_j \cdot I_j}, \quad (2)$$

где C_j – коэффициент Шези;

$R_j = \frac{\omega_j}{\chi_j}$ – гидравлический радиус, м;

χ_j – смоченный периметр потока, м;

I_j – уклон водной поверхности.



Рисунок 1 – Участок р. Маныч в районе х. Тузлуков, на котором проводились исследования

В рассматриваемом случае уклон водной поверхности выражается следующим образом:

$$I_j = \frac{h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j}{L_j}, \quad (3)$$

где h_{j-1} , h_j – глубина в $j-1$ и j -м створах, м;

Z_{j-1} , Z_j – отметка дна в $j-1$ и j -м створах, м.

В качестве основной для живого сечения потока примем форму трапеции, для которой:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j &= b_j h_j \left(1 + \frac{h_j}{b_j} \operatorname{ctg} B_j \right) \\ \chi_j &= b_j + 2h_j / \sin B_j \end{aligned} \right\}$$

где b_j – ширина русла по дну, м;

B_j – угол откоса берегов русла реки.

Для широких русел ($b_j \gg h_j$), которыми являются большинство рек, определяя параметры, воспользуемся средней шириной потока – \bar{B}_j , полагая в общем случае $\bar{B}_j = \varphi_j h_j$, φ_j – некоторый коэффициент пропорциональности.

Тогда:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_j = \bar{B}_j \cdot h_j \\ \chi_j = \bar{B}_j + 2h_j \end{array} \right\} \text{или} \left. \begin{array}{l} \omega_j = \varphi_j \cdot h_j^2 \\ \chi_j = (2 + \varphi_j)h_j \end{array} \right\}. \quad (4)$$

Подставив выражение для уклона водной поверхности (3) в формулу Шези (2), получим:

$$Q_j = \omega_j C_j \sqrt{\frac{\omega_j (h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j)}{\chi_j L_j}}.$$

В полученную формулу подставим систему (4), тогда для определения расхода в j -м створе будем иметь:

$$Q_j = \varphi_j^{\frac{3}{2}} C_j \frac{h_j^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{(2 + \varphi_j) L_j}} \sqrt{h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j}, \quad (5)$$

а для объема воды на участке:

$$W_j = \frac{L_j}{2} (\varphi_j h_j^2 + \varphi_{j-1} h_{j-1}^2). \quad (6)$$

Полученные выражения (5) и (6) подставим в уравнение (1), полагая, что $\varphi_{j-1} \approx \varphi_j$:

$$\begin{aligned} \frac{dh_j^2}{dt} = & \frac{2C_j}{L_j^2 \sqrt{2 + \varphi}} (h_{j-1}^{\frac{3}{2}} - h_j^{\frac{3}{2}}) \sqrt{h_{j-1} - h_j + \Delta Z_j} + Q_j^{\Gamma} + P_j + \\ & + Q_j^{C6} - Q_j^B + (X_j - E_j) \cdot F_j - \frac{dh_{j-1}^2}{dt}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Delta Z_j = Z_{j-1} - Z_j$ – разница отметок дна верхнего и нижнего створов.

Введем обозначение $h_j^2 = y_j \Rightarrow h_j = y_j^{\frac{1}{2}} \Rightarrow h_j^{\frac{3}{2}} = y_j^{\frac{3}{4}}$, тогда уравнение (7) примет следующий вид:

$$\frac{dy_j}{dt} = \frac{2C_j}{L_j^{\frac{3}{2}} \sqrt{2 + \phi_j}} (y_{j-1}^{\frac{3}{4}} - y_j^{\frac{3}{4}}) \times \sqrt{y_{j-1}^{\frac{1}{2}} - y_j^{\frac{1}{2}} + \Delta Z_j + Q_j^{\Gamma} + P_j + Q_j^{C6} - Q_j^B + (X_j - E_j) \cdot F_j - \frac{dy_{j-1}}{dt}}. \quad (8)$$

Необходимо отметить, что в формуле (8) для медленного изменения уровней воды при неустановившемся течении условно принимается установившееся движение.

Рассмотрим вертикальное сечение прилегающей к руслу территории (зона грунтовых вод), состоящей из конечного числа элементов последовательно соединенных между собой, для каждого из которых средний уровень грунтовых вод можно принять горизонтальным. Для определения средней скорости фильтрационного потока воспользуемся известной формулой Дарси [7]:

$$\bar{V}_{\Gamma} = -K_{\Phi} \frac{dZ_{\Gamma}}{dl},$$

где \bar{V}_{Γ} – средняя скорость потока грунтовых вод, м/с;

K_{Φ} – коэффициент фильтрации, м/с;

$\frac{dZ_{\Gamma}}{dl}$ – градиент напора грунтовых вод.

Для влагообмена между смежными элементами зоны грунтовых вод можем записать:

$$q_i = K_{\Pi} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} (Z_{\Gamma i+1}^3 - Z_{\Gamma i}^3), \quad (9)$$

где q_i – расход воды между смежными элементами (из i -го в $i + 1$ -й), м³/с.

K_{Π} – коэффициент пропорциональности, характерный для грунта

на участке р. Маныч в районе хутора Тузлуков и полученный в результате полевых исследований.

$K_{\phi i, i+1}$ – коэффициент фильтрации для i -го и $i + 1$ -го элементов, м/с;

$\Delta l_{i, i+1}$ – толщина элементов, м;

$Z_{\Gamma i, i+1}$ – уровень грунтовых вод в элементах, м.

Для объема влаги в i -м элементе, учитывая, что поры под уровнем грунтовых вод полностью заняты водой, получим:

$$W_{\Gamma i} = Z_{\Gamma i} \cdot \Delta l_i (1 - \alpha_i), \quad (10)$$

где $W_{\Gamma i}$ – объем воды в i -м элементе, м³;

α_i – относительный объем скелета почвогрунтов, $\alpha_i = \frac{\Delta V_{ci}}{\Delta V_i}$;

ΔV_{ci} – объем скелета грунта, м³;

ΔV_i – полный объем элемента, м³.

Рассмотренное вертикальное сечение прилегающей к руслу территории, представлено на рисунке 2.

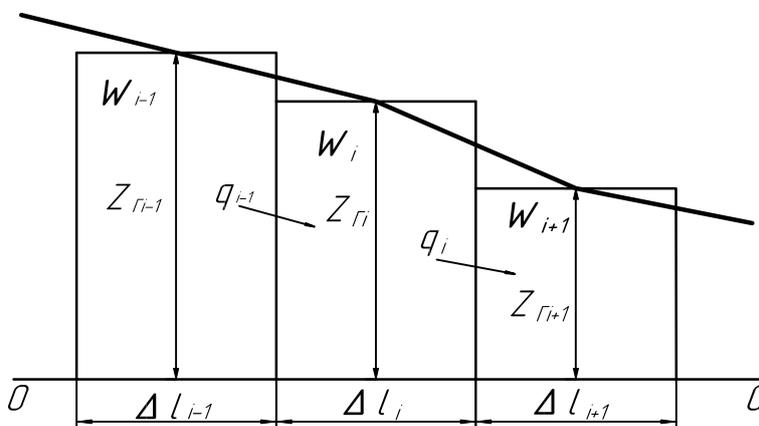


Рисунок 2 – Схема грунтовых вод, представленная в виде последовательности элементов

Тогда для i -го элемента уравнение водного баланса выглядит следующим образом:

$$\frac{dW_{ri}}{dt} = q_{i-1} - q_i + q_i^a, \quad (11)$$

где q_i^a – влагообмен грунтовых вод с зоной аэрации.

В общем случае влагообмен грунтовых вод с зоной аэрации является функцией влажности зоны аэрации: $q_i^a = f(\varphi_i)$, где φ_i – влажность зоны аэрации. Функция зависимости потока от влажности зоны аэрации определяется параметрами почвогрунтов [8].

Подставив в уравнение (11) выражения для потока (9) и объема влаги (10), получим формулу для уровня грунтовых вод i -го элемента:

$$\frac{dZ_{\Gamma i}}{dt} = \frac{1}{\Delta l_i(1 - \alpha_i)} \left[Z_{\Gamma i}^3 \left(K_{\pi i-1} \frac{K_{\Phi i-1} \Delta l_{i-1} + K_{\Phi i} \Delta l_i}{(\Delta l_{i-1} + \Delta l_i)^2} + K_{\pi i} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} \right) + \right. \\ \left. + K_{\pi i-1} \frac{K_{\Phi i-1} \Delta l_{i-1} + K_{\Phi i} \Delta l_i}{(\Delta l_{i-1} + \Delta l_i)^2} Z_{\Gamma i-1}^3 - K_{\pi i} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} Z_{\Gamma i+1}^3 + q_i^a \right].$$

Взаимодействующий поток между рекой и грунтовыми водами на j -м участке можно представить в виде:

$$Q_j^{\Gamma} = \frac{2K_{\pi N} K_{\Phi N}}{\Delta l_N} (y_j - Z_{\Gamma N}^2) L_j.$$

По изложенной выше модели были составлены алгоритм и программа расчета выклинивающегося расхода грунтовых вод для рассматриваемого участка реки.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений выполняется методом Рунге – Кутта [9, 10]. Для численной проверки модели были использованы данные, полученные в результате полевых исследований на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков (таблица 1) сотрудниками РосНИИПМ.

Таблица 1 – Данные полученные в результате полевых исследований на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков

T , сут	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Q , м ³ /с	6,2	5,8	6	5,4	4,9	5	3,8	4,5	4	4,6	5	4	3,8	4,4	3,4

Продолжение таблицы 1

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4,2	4,2	3,6	2,9	2,5	2,85	2,85	2,5	2,6	2,65	2	2,9	2,3	2,1	2,1

Для построения гидрографа выклинивания грунтовых вод в русло реки на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков использовались данные представленные в таблице 2.

Таблица 2 – Данные полученные с помощью созданной математической модели

T , сут	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Q , м ³ /с	5,9	5,7	5,6	5,4	5,2	5,0	4,9	4,7	4,6	4,4	4,3	4,1	4,0	3,8	3,7

Продолжение таблицы 2

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1

На рисунке 3 приведен гидрограф выклинивающихся расходов воды, полученный методом водного баланса [11] и рассчитанный по созданной математической модели.

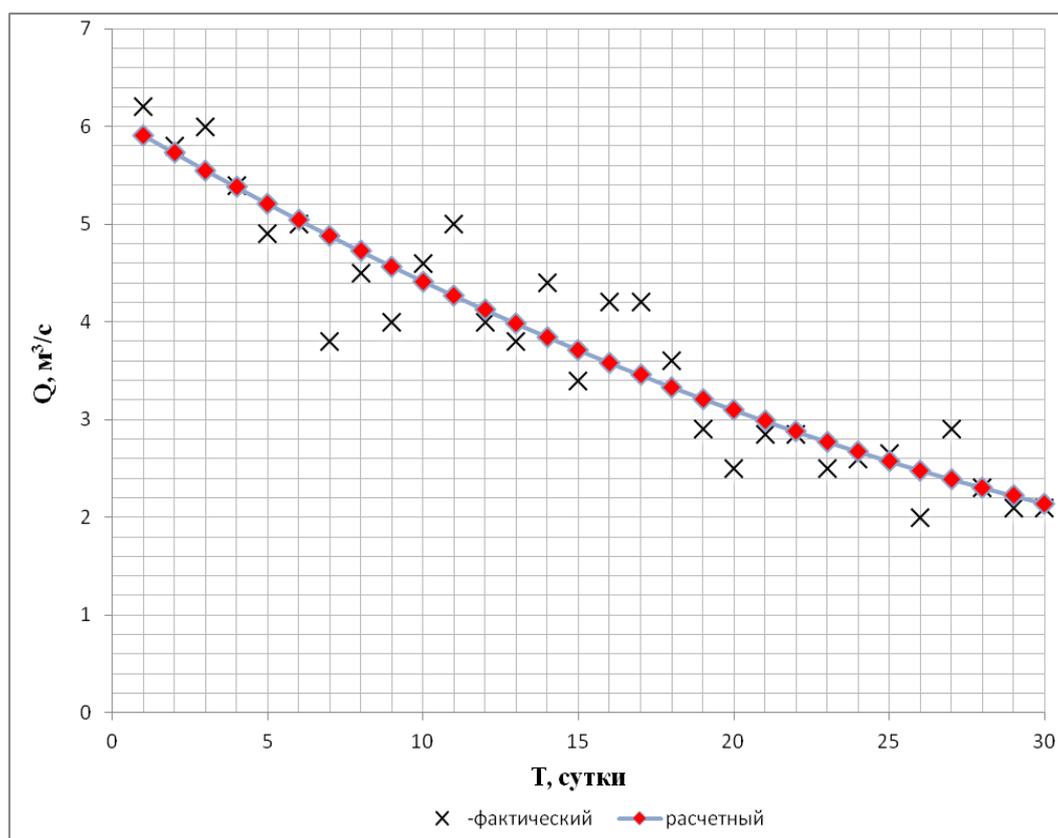


Рисунок 3 – Гидрограф выклинивания грунтовых вод в русло реки на участке р. Маныч в районе х. Тузлуков

Параметры, используемые в модели, были определены опытным путем по результатам исследований комплексной гидрогеологической экспедиции.

На приведенном графике видно, что рассчитанный по математической модели гидрограф выклинивающихся расходов мало отличается от фактического.

Найдем коэффициенты полиномиального уравнения регрессии второго порядка вида $y = a + bx + cx^2$ из системы уравнений вида:

$$\begin{cases} a \cdot n + b \cdot \sum x + c \cdot \sum x^2 = \sum y \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum x^3 = \sum x \cdot y \\ a \cdot \sum x^2 + b \cdot \sum x^3 + c \cdot \sum x^4 = \sum x^2 \cdot y \end{cases} .$$

Получаем: $a = 0,0018$; $b = -0,185$; $c = 6,0933$.

Таким образом, получаем уравнение регрессии:

$$y = 0,0018x^2 - 0,1857x + 6,0933.$$

Найдем среднюю ошибку аппроксимации по формуле:

$$\bar{A} = \frac{\sum |y_i - y_k| / y_i}{n} \cdot 100 \%,$$

где y_i – расчетное значение, полученное по уравнению;

y_k – фактическое значение;

n – объем выборки.

Так как $\bar{A} = 8,59 \% < 15 \%$, то полученное уравнение можно использовать в качестве регрессионной модели.

Проверим значимость модели регрессии используя F – критерий Фишера. Фактическое значение $F_{\text{факт}} = 2,19$, а критическое (табличное) $F_{\text{кр}} = 3,34$ при 5% уровне значимости.

Так как $F_{\text{факт}} < F_{\text{кр}} \Rightarrow 2,19 < 3,34$, то с вероятностью 95 % уравнение в целом является статистически значимым. Коэффициент детерминации равен $R^2 = 88,63 \%$.

Выводы.

1 Установлена математическая взаимосвязь процесса взаимодействия поверхностных и грунтовых вод.

2 Составлены алгоритм и программа расчета выклинивающегося расхода грунтовых вод для участка р. Маныч в районе хутора Тузлуков.

3 Произведена численная проверка результатов моделирования с помощью параметров, определенных опытным путем по результатам исследований комплексной гидрогеологической экспедиции.

4 На основании результатов численного моделирования построен гидрограф выклинивающихся расходов грунтовых вод для указанного выше участка реки, который близко совпадает с гидрографом, созданным на основании эмпирических данных.

5 На основании статистического анализа соответствия теоретических и эмпирических данных, сделан вывод об адекватности полученной математической модели взаимодействия поверхностных и грунтовых вод.

Список использованных источников

1 Щедрин, В. Н. Негативные почвенные процессы при регулярном орошении различных типов почв / В. Н. Щедрин, Л. М. Докучаева, Р. Е. Юркова // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации [Электронный ресурс]. – 2018. – № 2(30). – С. 1–21. – Режим доступа: <http://rosniipm-sm.ru/archive?n=542&id=543>.

2 Всеволожский, В. А. Основы гидрогеологии: учебник / В. А. Всеволожский. – 2-е изд. – М.: Изд-во МГУ, 2007. – 448 с.

3 Черданцев, В. А. Методические указания по дисциплине: «Гидрология» / В. А. Черданцев, Ю. И. Пивон. – Новосибирск: НГАЭиУ, 2004. – 112 с.

4 Groundwater contribution to river flows – using hydrograph separation, hydrological and hydrogeological models in a southern Quebec aquifer / M. Larocque, V. Fortin, M. C. Pharand, C. Rivard // Hydrology and Earth System Sciences Discussion [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://hydrol-earth-syst-sci-discuss.net/7/7809/2010/hessd-7-7809-2010-print.pdf>, 2010.

5 Бабилов, Б. В. Гидротехнические мелиорации (осушение лесных земель): учеб. пособие / Б. В. Бабилов, В. В. Пахучий; Сыктывкар. лесн. ин-т. – Сыктывкар: СЛИ, 2014. – 160 с.

6 Гусев, А. А. Основы гидравлики: учеб. для СПО / А. А. Гусев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2018. – 285 с.

7 Леонтьев, Н. Е. Основы теории фильтрации / Н. Е. Леонтьев. – М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. фак. МГУ, 2009. – 88 с.

8 Авлакулов, М. Закономерности динамики процессов влаги-соли переноса в почво-грунтах / М. Авлакулов, А. Н. Хазратов // Инновационное развитие. – 2017. – № 5(10). – С. 9–10.

9 Арушанян, О. Б. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений методами Рунге-Кутты [Электронный ресурс] / О. Б. Арушанян, С. Ф. Залеткин. – Режим доступа: http://num-anal.srcc.msu.ru/prac_pos/poslist/posobie%201%20zal%202014.pdf, 2014.

10 Мышенков, В. И. Численные методы. Ч. 2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие / В. И. Мышенков, Е. В. Мышенков. – М.: МГУЛ, 2005. – 109 с.

11 Шестаков, В. М. Геогидрология / В. М. Шестаков, С. П. Поздняков. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. – 176 с.

References

1 Shchedrin V.N., Dokuchaeva L.M., Yurkova R.E., 2018. *Negativnye pochvennye protsessy pri regulyarnom oroshenii razlichnykh tipov pochv* [Negative soil processes at continuous irrigation of various types of soil]. *Nauchnyy Zhurnal Rossiyskogo NII Problem Melioratsii* [Scientific Journal of Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems], no. 2(30), pp. 1-21, available: <http://rosniipm-sm.ru/archive?n=542&id=543>. (In Russian).

2 Vsevolozhsky V.A., 2007. *Osnovy gidrogeologii: uchebnik* [Basics of Hydrogeology: a textbook]. 2nd ed. Moscow, Moscow State University Publ., 448 p. (In Russian).

3 Cherdantsev V.A., Pivon Yu.I., 2004. *Metodicheskie ukazaniya po distsipline: «Gidrologiya»* [Guidelines to the subject “Hydrology”]. Novosibirsk, NGAeIU Publ., 112 p. (In Russian).

4 Larocque M., Fortin V., Pharand M.C., Rivard C., 2010. Groundwater contribution to river flows – using hydrograph separation, hydrological and hydrogeological models in a southern Quebec aquifer. *Hydrology and Earth Systems Sciences Discussion*, available: <http://hydrol-earth-syst-sci-discuss.net/7/7809/2010/hessd-7-7809-2010-print.pdf>. (In English).

5 Babikov B.V., Pakhuchy V.V., 2014. *Gidrotekhnicheskie melioratsii (osushenie lesnykh zemel'): ucheb. posobie* [Hydrotechnical Land Reclamation (Drainage of Forest Land): study guide]. Syktyvkar Forestry Institute. Syktyvkar, SLI Publ., 160 p. (In Russian).

6 Gusev A.A., 2018. *Osnovy gidravliki: ucheb. dlya SPO* [Basics of Hydraulics: textbook for SPE]. 2nd ed., rev. and ext. Moscow, Jurajt Publ., 285 p. (In Russian).

7 Leont'ev N.E., 2009. *Osnovy teorii fil'tratsii* [Fundamentals of Filtration Theory]. Moscow, Center for Electronic Arts at Mech. Math. Fac. Moscow State University Publ., 88 p. (In Russian).

8 Avlakulov M., Khazratov A.N., 2017. *Zakonomernosti dinamiki protsessov vlagi-soli perenosa v pochvo-gruntakh* [Patterns of the dynamics of the moisture-salt transfer processes in soils]. *Innovatsionnoe razvitie* [Innovative Development], no. 5(10), pp. 9-10. (In Russian).

9 Arushanyan O.B., Zaletkin S.F., 2014. *Reshenie sistem obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy metodami Runge-Kutta* [Solution of Ordinary Differential Equations by the Runge Kutta Method], available: http://num-anal.srcc.msu.ru/prac_pos/poslist/posobie%201%20zal%202014.pdf. (In Russian).

10 Myshenkov V.I., Myshenkov E.V., 2005. *Chislennye metody. Ch. 2. Chislennoe reshenie obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy: ucheb. posobie* [Numerical Methods. Part 2. The Numerical Solution of Ordinary Differential Equations: study guide]. Moscow, MGUL Publ., 109 p. (In Russian).

11 Shestakov V.M., Pozdnyakov S.P., 2003. *Geogidrologiya* [Geohydrology]. Moscow, ИКТs “Академкнига” Publ., 176 p. (In Russian).

Шевченко Алексей Викторович

Должность: младший научный сотрудник

Место работы: федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации»

Адрес организации: Баклановский пр-т, 190, г. Новочеркасск, Ростовская область, Российская Федерация, 346421

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Shevchenko Alexey Victorovich

Position: Junior Researcher

Affiliation: Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems

Affiliation address: Baklanovsky ave., 190, Novocherkassk, Rostov region, Russian Federation, 346421

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Власов Михаил Вячеславович

Ученая степень: кандидат физико-математических наук

Должность: ведущий научный сотрудник

Место работы: федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации»

Адрес организации: Баклановский пр-т, 190, г. Новочеркасск, Ростовская область, Российская Федерация, 346421

E-mail: rosniipm@yandex.ru

Vlasov Mikhail Vyacheslavovich

Degree: Candidate of Physical and Mathematical Sciences

Position: Leading Researcher

Affiliation: Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems

Affiliation address: Baklanovsky ave., 190, Novocherkassk, Rostov region, Russian Federation, 346421

E-mail: rosniipm@yandex.ru