

ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Научная статья

УДК 532.532.3, 626.01

doi: 10.31774/2712-9357-2022-12-2-192-208

Принцип наименьшего действия в расчете водослива с широким порогом

Виктор Александрович Шаланин

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация,
vic_stro_@mail.ru

Аннотация. Цель: применить вариационный принцип наименьшего действия для создания теории расчета водослива с широким порогом, сравнить полученные результаты с данными различных отечественных и иностранных исследователей и сделать выводы о точности полученного решения. **Материалы и методы.** В исследовании определена минимальная глубина потока на водосливе с широким порогом путем минимизации лагранжиана потока жидкости. Данное уравнение использовано для замыкания уравнения полной удельной энергии потока. Проверка полученного метода при определении минимальной глубины на пороге водослива проводилась лабораторным экспериментом и компьютерным моделированием движения жидкости через водослив, осуществленным в программном комплексе ANSYS 17.0. Осуществлялось сравнение результатов определения пропускной способности с экспериментальными и теоретическими данными отечественных и зарубежных авторов. **Результаты.** Сравнение результатов расчетов пропускной способности водослива с широким порогом по предлагаемому методу показало хорошее совпадение с данными различных авторов, отличие не превышало 3 %. Сравнение результатов расчетов глубины на пороге водослива показало их соответствие данным различных авторов, собственных лабораторных экспериментов и компьютерного моделирования. Адекватность полученной зависимости подтверждена на основании коэффициента детерминации и критерия Фишера. **Выводы.** Получен новый теоретический метод гидравлического расчета водослива с широким порогом, позволивший определять глубину потока жидкости на пороге водослива и его пропускную способность. Анализ применимости метода показал, что глубина по принципу наименьшего действия реализуется только в тех случаях, когда поток не имеет препятствий для свободного истечения. Ограничением предлагаемого метода является обязательное наличие на пороге водослива участка с относительно параллельно-струйным течением и гидростатическим распределением давления, а также отсутствие подтопления сооружения.

Ключевые слова: водослив с широким порогом, вариационный принцип, принцип наименьшего действия, коэффициент расхода, минимальная глубина

Для цитирования: Шаланин В. А. Принцип наименьшего действия в расчете водослива с широким порогом // Мелиорация и гидротехника. 2022. Т. 12, № 2. С. 192–208. <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2022-12-2-192-208>.

HYDRAULICS AND ENGINEERING HYDROLOGY

Original article

Principle of least action in broad-crested weir calculation

Victor A. Shalanin

Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation, vic_stro_@mail.ru



Abstract. Purpose: to apply the variation principle of least action to create a theory for calculating the broad-crested weir, to compare the results obtained with the data of various domestic and foreign researchers and to draw conclusions about the accuracy of the solution obtained. **Materials and methods.** The minimum flow depth on a broad-crested weir was determined by minimizing the Lagrangian liquid flow. This equation is used to close the equation of specific total flow energy. The verification of the obtained method in determining the minimum depth at the weir crest was carried out by a laboratory experiment and computer simulation of the flow movement through the weir, carried out in the ANSYS 17.0 software package. The results of determining weir capacity were compared with the experimental and theoretical data of domestic and foreign authors. **Results.** The comparison of the results of calculations of the broad-crested weir capacity with a wide threshold with the proposed method showed good agreement with the data of various authors, the difference did not exceed 3 %. The comparison of the results of depth calculations at the weir crest showed their agreement with the data of various authors, our own laboratory experiments and computer simulation. The adequacy of the obtained dependence was confirmed on the basis of determination coefficient and the Fisher variance ratio. **Conclusions.** A new theoretical method for hydraulic calculation of a broad-crested weir has been obtained, which made it possible to determine the liquid flow depth at the weir crest and its capacity. An analysis of the applicability of the method showed that the depth by the principle of least action is realized only in cases where the flow has no obstacles for free discharge. The limitation of the proposed method is the mandatory presence of a section with a relatively streamline flow and hydrostatic pressure distribution on the weir crest, as well as the absence of flooding of the structure.

Keywords: broad-crested weir, variation principle, principle of least action, discharge coefficient, minimum depth

For citation: Shalanin V. A. Principle of least action in broad-crested weir calculation. *Land Reclamation and Hydraulic Engineering*. 2022;12(2):192–208. (In Russ.). <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2022-12-2-192-208>.

Введение. Водосливы с широким порогом – ключевой элемент большого числа водопропускных сооружений. Такие водосливы являются основой для водозаборных сооружений, используются в распределительных системах, в конструкциях для регулирования и измерения расходов. В гидротехнике они распространены для построения водосбросных систем для низконапорных гидроузлов.

В настоящее время в расчетах водосливов используются эмпирические и полуэмпирические зависимости. Основные теоретические методы, положенные в основу гидравлических расчетов, не позволили на данный момент создать полноценной теории расчетов водосливов. Уравнение полной энергии потока и уравнения количества движения содержат в себе неизвестные параметры. Для замыкания этих уравнений использовались различные эвристические принципы, например принцип максимума расхода,

или гипотеза об установлении критической глубины на гребне водослива. Путем выхода из сложившейся ситуации может стать применение базовых вариационных принципов механики, в частности наиболее фундаментального из них – вариационного принципа наименьшего действия.

Теоретическое исследование. В предварительном исследовании [1] был теоретически применен прямой вариационный принцип наименьшего действия в формулировке Гамильтона для расчета водослива с широким порогом при движении идеальной жидкости. Согласно этому принципу наименьшего действия, движение частицы во временном интервале $t_1 - t_2$ происходит таким образом, что обеспечивает экстремальное значение функционала, называемого «действием». Рассматриваемая задача является стационарной, т. е. независимой от времени. В этом случае «действием» является сам лагранжиан и принцип наименьшего действия имеет вид $L \rightarrow \text{extr}$. Лагранжиан для обтекания водослива потоком жидкости, сечение которого описывается или может достаточно точно аппроксимироваться степенным уравнением типа $\omega_x = h^n J$, м², записывается в виде формулы:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(t) dt \rightarrow \min / \max, \quad L = T - U = h - \frac{Q^2}{2g(h^n J)^2} \rightarrow \min / \max,$$

где S – действие;

L – лагранжиан, м;

T – удельная потенциальная энергия, м;

U – удельная кинетическая энергия, м;

h – глубина потока над гребнем, м, характеризующая потенциальную энергию потока жидкости;

$$\frac{Q^2}{2g(h^n J)^2} = \frac{Q^2}{2g\omega_x^2} - \text{удельная кинетическая энергия потока жидкости,}$$

выраженная через его объемный расход, м;

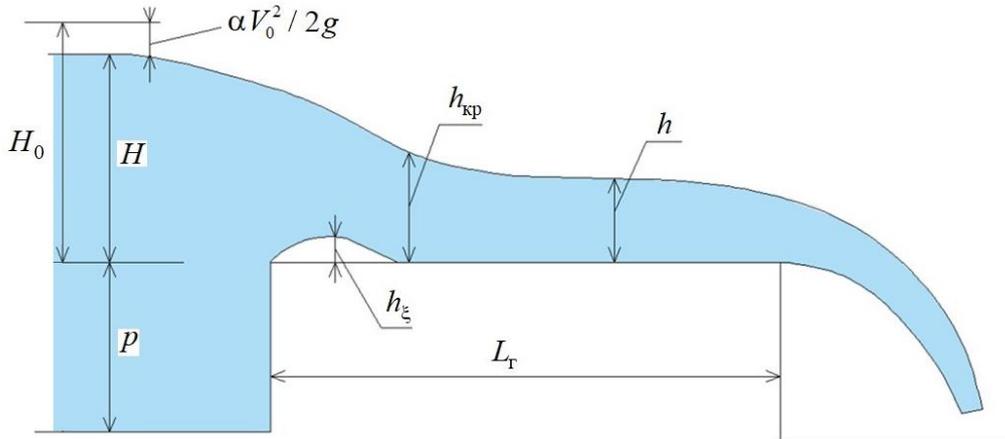
Q – объемный расход потока через водослив, м³/с;

n – показатель степени;

J – коэффициент площади сечения;

ω_x – площадь живого сечения произвольной формы, м².

Расчетная схема водослива с широким порогом приведена на рисунке 1.



$H_0 = H + \frac{\alpha V_0^2}{2g}$ – полный напор потока в верхнем бьефе, м; V_0 – средняя скорость

потока в верхнем бьефе, м/с; $\frac{\alpha V_0^2}{2g}$ – скоростной напор воды в верхнем бьефе, м;

α – корректив кинетической энергии (коэффициент Кориолиса), безразмерный;

H – напор потока в верхнем бьефе, м; p – высота порога водослива, м;

$h_{кр}$ – критическая глубина, м; L_T – длина порога водослива, м; h_ξ – высота горизонтального вихревого вальца, м; h – глубина потока над гребнем, м

$H_0 = H + \frac{\alpha V_0^2}{2g}$ – the flow total head in headwater, m; V_0 – average flow speed in

headwater, m/s; $\frac{\alpha V_0^2}{2g}$ – water velocity pressure in headwater, m; α – kinetic energy

correction (Coriolis coefficient), dimensionless; H – flow head in headwater, m;

p – crested weir height, m; $h_{кр}$ – critical depth, m; L_T – weir crest length, m;

h_ξ – the height of the horizontal eddy roller, m; h – flow depth above the crest, m

Рисунок 1 – Расчетная схема неподтопленного водослива с широким порогом постоянного поперечного сечения произвольной формы

Figure 1 – Calculation scheme of an unflooded broad-crested weir with an arbitrary shaped constant cross-section

Для поиска значения глубины потока, соответствующей принципу наименьшего действия, производится поиск экстремума лагранжиана, что

в работе Н. В. Земляной, Н. Н. Ахромеева [1] приводит к уравнениям (1) в общем виде и (2) для прямоугольного живого сечения потока жидкости:

$$h = \sqrt[2n+1]{\frac{Q^2}{2gJ^2}}, \quad (1)$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}}. \quad (2)$$

Для расчета безразмерной глубины потока над водосливом с широким порогом прямоугольного поперечного сечения дополнительно использовалось уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости в открытом канале:

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}}, \quad H + \frac{\alpha V_0^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gb^2h^2},$$

$$H_0 = 2h = 2\sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}} \Rightarrow k = \frac{h}{H} \approx 0,5,$$

$$Q = 0,3535\sqrt{2gbH_0^{3/2}}, \quad \text{что эквивалентно } m = 0,3535, \quad (3)$$

где b – ширина водослива, м;

V_0 – средняя скорость потока в верхнем бьефе, м/с;

k – отношение минимальной глубины над гребнем к полному напору;

m – коэффициент расхода водослива.

Полученные формулы (1)–(3) имеют ограниченную область применения, согласно выводам К. С. Ершова [2], применение уравнения Бернулли для потока жидкости допустимо только при наличии участка с параллельно-струйным движением потока и гидростатическим распределением давления. Полученный коэффициент расхода полностью соответствует значению, полученному В. В. Смысловым [2] при определении максимального коэффициента расхода водослива с широким порогом. Полученное ранее уравнение (3) не учитывает потери напора. Из исследований ряда авторов известно, что основным фактором, влияющим на пропускную

способность, является форма входного ребра водослива с широким порогом. При движении потока через водослив допустимо пренебрегать потерями напора по длине, уменьшение же пропускной способности возникает вследствие образования местных гидравлических сопротивлений на входе в водослив. Согласно исследованиям А. Р. Березинского, G. Hall, Z. Zachoval, E. Goodarzi и др. [3–6] при обтекании входной грани наблюдается образование горизонтального вихревого вальца с высотой $h_{\xi} = \xi H$, где $\xi = \frac{h_{\xi}}{H}$ – коэффициент высоты вихревого вальца. Данный эффект упоминается Кейтнером еще в 1931 г. [3], тем не менее до настоящего времени нет теорий расчета водосливов с широким порогом, учитывающих влияние этой зоны отрыва потока на пропускную способность водослива. При этом очевидно, что высота вальца является наиболее точной мерой местных потерь напора на водосливе с широким порогом. Различие в высоте вихревого вальца наиболее корректно отражает изменение пропускной способности водослива. Различные авторы дают разные данные о высоте вальца: по Кейтнеру $h_{\xi} = 0,11 H$ [3], по данным G. W. Hall $h_{\xi} = 0,109 H$ [5], наиболее новые исследования [6] дают $h_{\xi} = 0,053 H$. Величина $h_{\xi} = \xi H$ согласно исследованиям всех авторов является величиной постоянной и не зависящей от скорости подхода воды. Влияние скорости подхода воды на водослив было упрощенно учтено коэффициентом скорости $\psi = \left(\frac{H}{H_0}\right)^{3/2}$, $H_0 = H \frac{1}{\psi^{2/3}}$ [3]. Приняв в качестве меры влияния диссипации энергии вследствие образования местных потерь напора на обтекание входной грани водослива высоту вихревого вальца, подставив ее в уравнение энергии, получим уравнение расхода:

$$H_0 = 2\sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}} + h_{\xi} = 2\sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}} + \xi H, \quad \frac{1}{\psi^{2/3}} H - \xi H = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}},$$

$$Q = \left(\left(\frac{1}{\psi^{2/3}} - \xi \right) / 2 \right)^{3/2} \sqrt{2gb} H^{3/2}.$$

Полученное уравнение легко преобразовывается в классическое уравнение расхода через водослив с использованием коэффициента расхода m , выражаемое уравнением:

$$m = \left(\left(\frac{1}{\psi^{2/3}} - \xi \right) / 2 \right)^{3/2}. \quad (4)$$

В исследовании для определения m в качестве высоты вихревого вальца ξ использованы наиболее актуальные данные [6]. В сравнении с остальными исследованиями значения коэффициентов в этой работе получены на более современном оборудовании с проведением экспериментов при различных углах наклона входного ребра водослива. Согласно А. Р. Березинскому [3] при большой относительной высоте водослива P/H и практически не значащей скорости подхода $\psi = 1$ при уменьшении P/H скорость подхода растет, увеличивая значения коэффициента скорости. При $P/H = 2$ имеем малую скорость подхода $\psi \approx 0,98$, а при еще большем ее увеличении, порядка $P/H = 1$, $\psi \approx 0,95$. Сравнение результатов расчетов по формуле (4) с теоретическими и экспериментальными данными различных авторов представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты расхода водослива с широким порогом с вертикальным входным ребром по данным различных авторов [3]

Table 1 – Broad-crested weir discharge coefficients with a vertical upstream rib according to various authors [3]

Автор (источник)	$P/H = \infty,$ $\psi = 1$		$P/H = 2,$ $\psi \approx 0,98$		$P/H = 1,$ $\psi \approx 0,95$	
	m	$\Delta, \%$	m	$\Delta, \%$	m	$\Delta, \%$
1	2	3	4	5	6	7
Теоретические исследования автора	0,3258	–	0,3328	–	0,344	–
А. Р. Березинский [7]	0,32	1,78	0,3251	2,31	0,336	2,32
Б. А. Бахметьев	0,32	1,78	–	–	–	–

Продолжение таблицы 1

Table 1 continuation

1	2	3	4	5	6	7
А. И. Шварц	–	–	0,344	–3,36	0,362	–5,23
М. З. Абрамов	0,325	0,24	–	–	–	–
М. Д. Чертоусов	0,304	6,69	–	–	–	–
«Стандарты, нормы и технические условия проектирования гидросооружений» 1939 г.	0,32	1,78	0,33	0,84	0,35	–1,74
Д. И. Кумин	0,32	1,78	0,333	–0,01	0,342	0,006
Г. И. Сухомел, И. Л. Лозовский, В. В. Смыслов	0,32	1,78	0,327	1,74	0,334	2,9
В. С. Муромов	0,309	5,15	0,335	–0,01	0,353	–2,61
М. Д. Чертоусов	0,299	8,22	0,332	0,002	0,358	–4,07
По В. Д. Давыдову [8]	0,3098	4,91	0,3098	6,85	–	–
Doeringsfeld, Barker [9]	0,306	6,07	0,3352	–0,01	0,353	–2,61
Z. Zachoval и др. [10]	0,325	0,24	0,325	2,34	0,3346	2,73
J. E. Sargison, A. Percy [11]	0,3168	2,76	–	–	–	–

Представленная таблица 1 подтверждает правомерность предлагаемого теоретического решения. Разработанный метод, даже с принятыми допущениями, показывает точность, сравнимую с эмпирическими методами расчета. Величина процентного расхождения лежит в диапазоне 0–3 % в подавляющем большинстве случаев, что находится в пределах относительной ошибки натуральных измерений расходов в сооружениях [2]. При этом все крупные несовпадения легко объяснимы. Наибольшее расхождение во всех рассматриваемых пунктах наблюдается с методом расчета, предложенным В. Д. Давыдовым. Согласно данному методу, измерение глубины потока на водосливе производится не в верхнем бьефе, а на сходе воды с уступа. Данный метод часто используется при определении малых расходов воды, но условием точных измерений является наличие длинного канала, гарантированно больше предельной длины водослива с широким порогом ($L_T \gg 15H$), и докритического режима движения на гребне. На глубину на сходе с гребня водослива с широким порогом оказывает сильное влияние величина поступления воздуха в подструйное простран-

ство и форма сливной поверхности, но при этом они не влияют ни на пропускную способность водослива, ни на глубину потока на сходе с гребня. Все вышеперечисленное позволяет рассматривать метод В. Д. Давыдова как недостаточно точный, зависимый от многих факторов и применимый исключительно для частного случая свободного падения потока с вертикального гребня водослива со свободным доступом воздуха в подструйное пространство. Второй группой данных, с которыми наблюдается значительное расхождение, являются величины коэффициента расхода по данным М. Д. Чертоусова ($m = 0,299$) [3], В. С. Муромова ($m = 0,309$) и Doeringsfeld, Barker [9] ($m = 0,306$). Эти данные сильно отличаются не только от предлагаемого метода расчета, но и от данных других авторов. Такое значительное уменьшение m можно объяснить наличием более плохо обтекаемой кромки входного ребра водослива. Для такого случая следует принимать высоту вихревого вальца по данным G. W. Hall $h_{\zeta} = 0,109H$ [5], для которой, согласно формуле (4), коэффициент расхода $m = 0,297$. Полученное значение хорошо согласуется с перечисленными результатами и является минимально возможным коэффициентом расхода водослива с широким порогом.

Отдельной задачей является определение глубины потока над гребнем водослива с широким порогом. Анализ различных теоретических и эмпирических методов расчета глубины над гребнем показал, что глубина над гребнем по данным экспериментов является переменной величиной, зависящей от пропускной способности водослива. Значения величины $k = h/H$ по данным различных авторов представлены в таблице 2.

Анализируя вышепредставленные данные, можно заметить, что классическое утверждение о равенстве глубины потока на гребне водослива критической глубине не подтверждается экспериментальными данными. Критическая глубина на пороге водослива устанавливается только в началь-

ной его части, в целом поток на водосливе имеет бурный характер. Величина k не является постоянной и увеличивается с ростом коэффициента расхода водослива. Получим из исходного уравнения коэффициента расхода (4) величину k :

$$H \left(\frac{1}{\psi^{2/3}} - \xi \right) = 2h, \quad k = \frac{h}{H} = \left(\frac{1}{\psi^{2/3}} - \xi \right) / 2 = m^{2/3}. \quad (5)$$

Таблица 2 – Сравнение методов расчета глубин на гребне водослива с широким порогом [3]

Table 2 – Comparison of methods for calculating the depths on the broad crested weir crest [3]

Автор	Описание	$k = h / H$
Беланже	Теоретическое значение на основе постулата о максимуме расхода потока	0,667
Б. А. Бахметев	Полуэмпирическое значение, полученное на основании постулата об образовании критической глубины на гребне водослива	0,59–0,63
М. Д. Чертоусов	Теоретическое значение на основе закона количества движения для идеальной жидкости	0,587
В. С. Муромов, А. Д. Гиргидов		0,5
М. Д. Чертоусов	Теоретическое значение на основе закона количества движения, закона сохранения энергии и уравнения связи глубины на пороге с потерями напора	0,447–0,515
М. З. Абрамов		0,5
Ю. А. Ибад-заде		0,48–0,58
Г. И. Сухомел, И. Л. Лозовский, В. В. Смыслов		0,49–0,58
Doeringsfeld, Barker	На основании экспериментальных исследований	0,485–0,546
W. D. Moss [12]		0,45
W. H. Hager, M. Schwalt [13]		0,46
V. Kolář и др. [14]		0,51
E. Goodarzi и др. [6]		0,462–0,56
K. Badr, D. Mowla [15]		0,464–0,523

Полученное уравнение объясняет значительный разброс минимальных значений глубин на гребне водослива, так, минимальные экспериментальные значения k получены W. D. Moss [12], W. H. Hagerand, M. Schwalt [13], М. Д. Чертоусовым [3] и составляют $k = 0,447...0,46$ при коэффициенте расхода $m \approx 0,3$. Используя уравнение (5), получим теоретическое значе-

ние $k = 0,448$, что согласуется с экспериментальными данными с отклонением до 0,5 %. В большинстве случаев экспериментальное значение $k = 0,48...0,49$ наблюдается при $m \approx 0,33$, используя (5), получим значение $k = 0,477$, согласующееся с экспериментом с отклонением 0,62 %.

Лабораторный эксперимент и компьютерное моделирование.

Основной целью лабораторного эксперимента являлось изучение зависимости глубины потока на гребне от пропускной способности водослива. В эксперименте использован канал гидродинамического стенда H91.8D Didacta Italia с устанавливаемыми в него моделями водослива.

В процессе экспериментов проводились измерения глубины потока на пороге водослива на участке с параллельно-струйным движением жидкости, а также в верхнем бьефе водослива. Наличие участка с параллельно-струйным движением жидкости обеспечивалось во всем диапазоне экспериментов. Измерение расхода выполнялось с использованием мерного водослива Крампа. Отметки свободной поверхности измерялись нивелированием шпитценмасштабом. Для определения минимальной глубины на гребне использовались модели прямоугольного водослива с широким порогом. Размеры водосливов составили: ширина 0,1 м, высота 0,15 м, длины 0,212 и 0,4 м.

Для постановки опытов с водосливами с широким порогом ключевой величиной является отношение длины водослива к напору над гребнем в верхнем бьефе (L_t / H). От нее зависит форма свободной поверхности потока, коэффициент расхода и глубина на гребне. При малой длине водослива кривая спада, образующаяся у входной грани, распространяется на всю длину гребня. В таких условиях отсутствует участок с горизонтальной поверхностью, что не соответствует условиям задачи. При еще большем уменьшении длины гребня водослив с широким порогом начинает работать как водослив практического профиля, а коэффициент расхода значительно увеличивается. Это утверждение соответствует одному из требований

Н. Н. Павловского к водосливу с широким порогом – необходимость наличия участка с «...приблизительно параллельно-струйным течением» [16]. Отношение L_{τ} / H , при котором начинает выполняться это условие, является нижней границей возможности применения предлагаемого метода.

При большой длине водослива значительное влияние на поток начинают оказывать силы трения, меняется режим течения, водослив начинает работать как короткий канал, форма свободной поверхности претерпевает изменения, течение на гребне становится волнообразным. Коэффициент расхода начинает снижаться. Таким образом, предельным верхним уровнем применимости предлагаемого теоретического метода является отношение L_{τ} / H , при котором на поток начинают влиять силы трения. Нет единого значения для данной границы, так как необходимо учитывать относительную шероховатость поверхности гребня.

На основании анализа существующих данных [16] и предварительных опытов нижнее значение принято $L_{\tau} / H > 2$. Верхнее значение уровня принято $L_{\tau} / H < 8$. Выбранный диапазон полностью совпадает с диапазоном, предлагаемым Р. Р. Чугаевым [17].

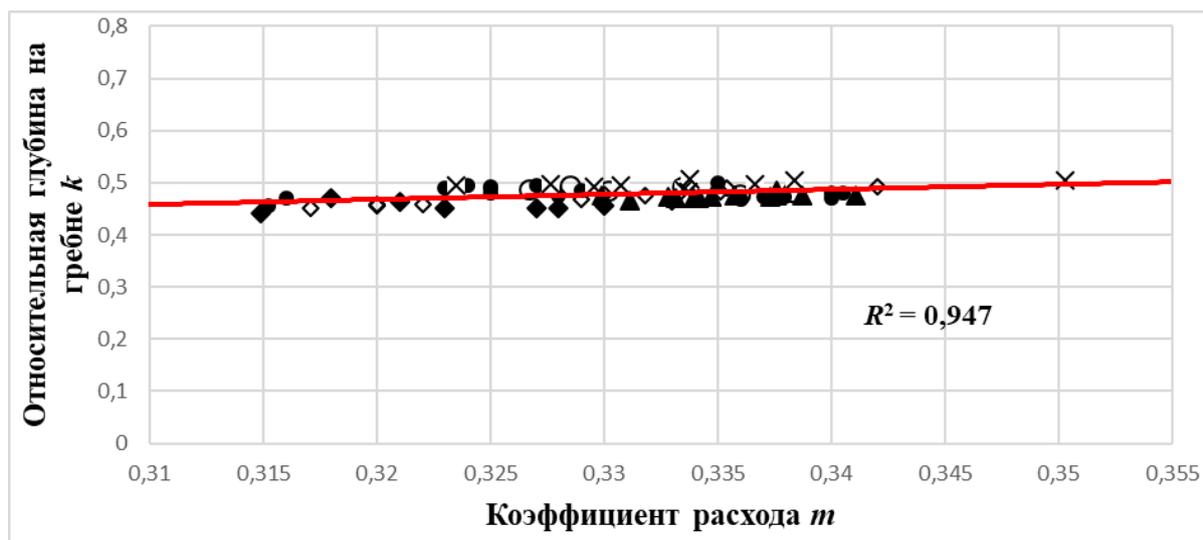
Компьютерное моделирование работы водослива дублирует диапазон значений L_{τ} / H в пределах, в которых проведен лабораторный эксперимент, а также набор измеряемых величин, но производится в большем масштабе в сравнении с лабораторным экспериментом. Процесс моделирования состоял из построения геометрической модели, формирования расчетной сетки, решения и анализа полученных данных. Геометрические модели водослива были выполнены в программе ANSYS Design Modeler с характеристиками: длина 1,5 и 3 м, высота 1,75 м. Решение выполнено в программе ANSYS Fluent. Основу расчета составляют уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости и уравнение Рейнольдса. Для замыкания уравнений Рейнольдса выбрана модель турбулентности $k-\varepsilon$ Realizable.

Данная модель [18] соответствует точным математическим ограничениям по напряжениям Рейнольдса, используется улучшенная формула для определения турбулентной вязкости и уравнение диссипации, основанное на динамическом уравнении среднеквадратичных колебаний завихренности. Для моделирования свободной поверхности потока применен численный метод отслеживания объема жидкости в ячейке VOF (volume of fluid). Данный метод позволяет рассматривать физическую задачу как систему из двух несмешивающихся несжимаемых вязких сред [19]. Поверхности водосливов и дна канала приняты идеально гладкими, так как основное влияние на пропускную способность в данной задаче оказывает форма входного ребра водослива. Визуализация и анализ результатов моделирования производились в программе CFD-Post.

Подтверждение адекватности теоретических расчетов данным лабораторных экспериментов осуществлялось посредством критерия Фишера. Сравнение результатов компьютерного моделирования и данных, полученных другими авторами, выполнено посредством индекса детерминации R^2 вследствие отсутствия данных о дисперсиях проведенных исследований.

Результаты экспериментов. Сравнение полученной зависимости (5) с расчетными методами и различными экспериментальными данными представлено на рисунке 2.

Анализ адекватности лабораторных данных, полученных с использованием предложенной теоретической зависимости, произведен с применением критерия Фишера, были получены следующие значения: $F_{\text{экс}} = 12,9 < F_{\text{таб}} = 19,45$. Следовательно, предлагаемый теоретический метод адекватно описывает данные, полученные в ходе лабораторного эксперимента.



$k = f(m)$: × – по данным лабораторного эксперимента; ▲ – по данным компьютерного моделирования; ● – по данным А. Р. Березинского [3] для водослива со скругленными быками; ◆ – то же с прямоугольными быками; ◇ – то же без быков; ○ – по данным Z. Zachoval [5]

$k = f(m)$: × – according to laboratory experiment data; ▲ – according to computer modeling; ● – according to A.R. Berezinsky [3] for weir with rounded piers; ◆ – the same with rectangular piers; ◇ – the same without piers; ○ – according to Z. Zachoval [5]

Рисунок 2 – Сравнение экспериментальных и теоретических минимальных глубин на водосливе с широким порогом

Figure 2 – Comparison of experimental and theoretical minimum depths on a broad-crested weir

Вывод. В результате проведенного исследования на основании прямого вариационного принципа наименьшего действия были получены необходимые условия для замыкания уравнения сохранения энергии на водосливе и в итоге был получен новый теоретический метод расчета, позволяющий определять пропускную способность водослива с широким порогом и глубину потока на гребне. Проведенные эксперименты, компьютерное моделирование и сравнение с данными различных авторов показали соответствие предлагаемой теории полученным данным. Ограничением разработанного метода расчета водосливов с широким порогом является требование наличия участка с относительно параллельно-струйным течением и гидростатическим распределением давления. Анализ применимости метода показал, что глубина по принципу наименьшего действия ре-

лизуется только в тех случаях, когда поток не имеет препятствий для свободного истечения. Данный принцип не реализуется при наличии затворов на водосливе, при значительном боковом сжатии потока, для затопленных сооружений и при достаточно большой длине гребня, так как значительную роль начинают играть силы трения. Несовершенство предложенного метода также заключается в том, что при коэффициентах расхода более 0,35–0,355 на глубину потока на гребне начинают оказывать влияние искривление линий тока и появляющиеся вследствие этого центробежные силы, не учитываемые в данном теоретическом методе.

Список источников

1. Земляная Н. В., Ахромеев Н. Н. Применение принципа наименьшего действия для решения задач истечения через водосливы // Вестник инженерной школы ДВФУ [Электронный ресурс]. 2012. № 1(10). С. 130–133. URL: <https://www.dvfu.ru/upload/media/library/7c9/2012-1-23.pdf> (дата обращения: 01.12.2021).
2. Ершов К. С. Гидравлическое обоснование методов прогноза пропускной способности высокопороговых водосбросов с горизонтальной вставкой на гребне: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.16, 05.23.07. М., 2011. 23 с.
3. Березинский А. Р. Пропускная способность водослива с широким порогом / М-во стр-ва предприятий тяжелой индустрии СССР, Техн. упр., Всесоюз. науч.-исслед. ин-т «ВОДГЕО». М.; Л.: Стройиздат, 1950. 187 с.
4. Hall G. Analytical determination of the discharge characteristics of broad-crested weirs using boundary layer theory // Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1962. Vol. 22, iss. 2. P. 177–190. <https://doi.org/10.1680/icep.1962.11087>.
5. Zone of flow separation at the upstream edge of a rectangular broad-crested weir / Z. Zachoval, I. Mistrova, L. Rousar, J. Sulc, P. Zubík // Journal of Hydrology and Hydromechanics. 2012. 60(4). P. 288–298. DOI: 10.2478/v10098-012-0025-0.
6. Goodarzi E., Farhoudi J., Shokri N. Flow characteristics of rectangular broad-crested weirs with sloped upstream face // Journal of Hydrology and Hydromechanics. 2012. 60(2). P. 87–100. <https://doi.org/10.2478/v10098-012-0008-1>.
7. Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. Перераб. и доп. репр. изд. М.: Эколит, 2011. 312 с.
8. Давыдов В. Д. Повышение точности определения расходов на гидросооружениях, работающих по схеме водослива с широким порогом // ИНВУЗ. Лесной журнал. 2016. № 2. С. 141–150.
9. Azimi A. H., Rajaratnam N., Zhu D. Submerged flows over rectangular weirs of finite crest length // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 2014. 140. 06014001. DOI: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000728.
10. Riha J., Zachoval Z. Discharge coefficient of a trapezoidal broad-crested side weir for low approach froude numbers // Journal of Hydraulic Engineering. 2014. 140. 06014013. DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000889.
11. Sargison J., Percy A. Hydraulics of broad-crested weirs with varying side slopes // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 2009. Vol. 135, iss. 1. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2009\)135:1\(115\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2009)135:1(115)).

12. Moss W. D. Flow separation at the upstream edge of square-edged broad-crested weir // *J. Fluid Mech.* 1972. Vol. 52, pt. 2. P. 307–320. <https://doi.org/10.1017/S0022112072001430>.

13. Hager W. H., Schwalt M. Broad-crested weir // *Journal of Irrigation and Drainage Engineering.* 1994. Vol. 120. P. 13–26. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1994\)120:1\(13\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1994)120:1(13)).

14. Kolář V., Patočka C., Bém J. *Hydraulics.* Praha: SNTL, 1983. 474 p.

15. Badr K., Mowla D. Development of rectangular broad-crested weirs for flow characteristics and discharge measurement // *KSCE Journal of Civil Engineering.* 2015. 19(1). P. 136–141. DOI: 10.1007/s12205-012-0433-z.

16. Некоторые неувязки современной теории расчета водослива с широким порогом / А. П. Гурьев, Э. С. Беглярова, А. М. Бакштанин, Б. А. Хаек // *Природообустройство.* 2019. № 5. С. 90–98.

17. Чугаев Р. Р. *Гидравлические термины.* М.: Высш. шк., 1974. 104 с.

18. Коркодинов Я. А. Обзор семейства К–ε моделей для моделирования турбулентности // *Вестник ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение.* 2013. № 2. С. 5–16.

19. Копысов С. П., Тонков Л. Е., Чернова А. А. Применение методов VOF и SPH для решения задач с развитой свободной поверхностью // *Известия Института математики и информатики УдГУ.* 2015. № 2(46). С. 76–84.

References

1. Zemlyanaya N.V., Akhromeev N.N., 2012. *Primenenie printsipa naimen'shego deystviya dlya resheniya zadach istecheniya cherez vodoslivy* [Application of a least action principle to solve outflow problems through weirs]. *Vestnik inzhenernoy shkoly DVFU* [Bulletin of the FEFU Engineering School], no. 1(10), pp. 130-133, available: <https://www.dvfu.ru/upload/medialibrary/7c9/2012-1-23.pdf> [accessed 01.12.2021]. (In Russian).

2. Ershov K.S., 2011. *Gidravlichesкое обоснование методов прогноза пропускной способности высокопороговых водосбросов с горизонтальной вставкой на гребне.* *Avtoreferat diss. kand. techn. nauk* [Hydraulic substantiation of methods for predicting the carrying capacity of high-crested spillways with a horizontal insert on the crest. Abstract of cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 23 p. (In Russian).

3. Berezinskii A.R., 1950. *Propusknaya sposobnost' vodosлива s širokim porogom* [Capacity of a Broad-crested Weir]. Ministry of Heavy Industry Construction, Technical Department, All-Union Scientific Research Institute “VODGEO”, Moscow, Leningrad, Stroyizdat Publ., 187 p. (In Russian).

4. Hall G., 1962. Analytical determination of the discharge characteristics of broad-crested weirs using boundary layer theory. *Proc. of the Institute of Civil Engineers*, vol. 22, iss. 2, pp. 177-190, <https://doi.org/10.1680/iicep.1962.11087>.

5. Zachoval Z., Mistrova I., Rousar L., Sulc J., Zubik P., 2012. Zone of flow separation at the upstream edge of a rectangular broad-crested weir. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 60(4), pp. 288-298, DOI: 10.2478/v10098-012-0025-0.

6. Goodarzi E., Farhoudi J., Shokri N., 2012. Flow characteristics of rectangular broad-crested weirs with sloped upstream face. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 60(2), pp. 87-100, <https://doi.org/10.2478/v10098-012-0008-1>.

7. Kiselev P.G., 2011. *Spravochnik po gidravlicheskim raschetam* [Handbook of Hydraulic Calculations]. Rev. ed., Moscow, Ekolot Publ., 312 p. (In Russian).

8. Davydov V.D., 2016. *Povyshenie tochnosti opredeleniya raskhodov na gidrosooruzheniyakh, rabotayushchikh po skheme vodosлива s širokim porogom* [Improving the determination accuracy of costs at hydraulic structures operating under the scheme of a broad-crested weir]. *INVUZ. Lesnoy zhurnal* [INVUZ. Forest Journal], no. 2, pp. 141-150. (In Russian).

9. Azimi A.H., Rajaratnam N., Zhu D., 2014. Submerged flows over rectangular weirs

of finite crest length. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 140, 06014001, DOI: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000728.

10. Riha J., Zachoval Z., 2014. Discharge coefficient of a trapezoidal broad-crested side weir for low approach froude numbers. Journal of Hydraulic Engineering, 140, 06014013, DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000889.

11. Sargison J., Percy A., 2009. Hydraulics of broad-crested weirs with varying side slopes. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, vol. 135, iss. 1, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2009\)135:1\(115\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2009)135:1(115)).

12. Moss W.D., 1972. Flow separation at the upstream edge of square-edged broad-crested weir. J. Fluid Mech., vol. 52, pt. 2, pp. 307-320, <https://doi.org/10.1017/S0022112072001430>.

13. Hager W.H., Schwalt M., 1994. Broad-crested weir. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, vol. 120, pp. 13-26, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1994\)120:1\(13\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1994)120:1(13)).

14. Kolář V., Patočka C., Bém J., 1983. Hydraulics. Praha, SNTL, 474 p.

15. Badr K., Mowla D., 2015. Development of rectangular broad-crested weirs for flow characteristics and discharge measurement. KSCE Journal of Civil Engineering, 19(1), pp. 136-141, DOI: 10.1007/s12205-012-0433-z.

16. Guryev A.P., Beglyarova E.S., Bakshtanin A.M., Khaek B.A., 2019. *Nekotoryye neuvyazki sovremennoy teorii rascheta vodosliva s shirokim porogom* [Some discrepancies in the modern calculation theory of the broad-crested weir]. *Prirodoobustroystvo* [Environmental Engineering], no. 5, pp. 90-98. (In Russian).

17. Chugaev R.R., 1974. *Gidravlicheskie terminy* [Hydraulic Terms]. Moscow, Higher School Publ., 104 p. (In Russian).

18. Korkodinov Ya.A., 2013. *Obzor semeystva K–ε modeley dlya modelirovaniya turbulentnosti* [A review of set of K–ε models for modeling turbulence]. *Vestnik PNIPU. Mashinostroenie, materialovedenie* [Bulletin of PNRPU. Mechanical Engineering, Materials Science], no. 2, pp. 5-16. (In Russian).

19. Kopysov S.P., Tonkov L.E., Chernova A.A., 2015. *Primenenie metodov VOF i SPH dlya resheniya zadach s razvitoy svobodnoy poverkhnost'yu* [Application of VOF and SPH methods for solving problems with a developed free surface]. *Izvestiya Instituta matematiki i informatiki UdGU* [Bulletin of the Institute of Mathematics and Informatics of Ural State University], no. 2(46), pp. 76-84. (In Russian).

Информация об авторе

В. А. Шаланин – старший преподаватель, член-корреспондент Международной академии наук экологии и безопасности жизнедеятельности.

Information about the author

V. A. Shalanin – Senior Lecturer, Corresponding Member of the International Academy of Ecology and Life Protection Sciences.

Автор несет ответственность при обнаружении плагиата, самоплагиата и других нарушений в сфере этики научных публикаций.

The author is responsible for detecting plagiarism, self-plagiarism and other ethical violations in scientific publications.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

The author declares no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 27.12.2021; одобрена после рецензирования 09.03.2022; принята к публикации 22.03.2022.

The article was submitted 27.12.2021; approved after reviewing 09.03.2022; accepted for publication 22.03.2022.